

Influence des interactions de contraintes sur l'ordonnancement d'une ligne de montage – Le cas de deux contraintes

Aymeric Lesert^{1,2}, Gülgün Alpan², Yannick Frein², Stéphane Noiré¹, François-Régis Vienot³

¹ PSA Peugeot Citroën, 45, rue Jean-Pierre Timbaud, 78307 Poissy Cedex, aymeric.lesert@mpsa.com

² GILCO, ENSGI-INPG, 46 Avenue Félix Viallet, 38031 Grenoble Cedex, yannick.frein@gilco.inpg.fr

³ PSA Peugeot Citroën, 2-10 boulevard de l'Europe, 78093 Yvelines Cedex 09, francoisregis.vienot@mpsa.com

RÉSUMÉ : Dans cet article, nous proposons des propriétés et une méthode analytique permettant de mesurer les risques de non respect des contraintes d'équilibrage lors de l'ordonnancement d'une ligne de montage d'une usine terminale automobile. L'objectif de cet article est de montrer l'influence de deux contraintes d'espacement, définies l'une indépendamment de l'autre, sur leur respect mutuel.

MOTS-CLÉS : Car Sequencing Problem, Ordonnancement, Equilibrage, Contrainte d'espacement, Interaction de contraintes

1. Introduction

La fabrication d'un véhicule sur une ligne de montage automobile nécessite des milliers d'opérations d'assemblage. L'équilibrage consiste à affecter ces opérations aux postes de travail tel que la charge de travail sur chacun d'eux soit la plus homogène possible. Cette affectation des tâches, un traitement coûteux, doit être étudiée périodiquement à partir de données prévisionnelles. De la flexibilité est introduite pour faire face aux variations commerciales, aux aléas quotidiens de production et aux « interactions de contraintes » qui font l'objet de cet article.

L'équilibrage est un domaine scientifique d'une cinquantaine d'années avec une littérature abondante notamment pour des lignes de montage automobile, citée dans la thèse de Boutevin (2003). Sur une ligne de montage, une option (exemple : toit ouvrant, direction à droite, ...) demandant une charge de travail pour un poste donné dépassant le temps de cycle¹, nécessite de définir des « contraintes d'espacement ». Le principe de ces contraintes est de définir un nombre maximum de véhicules ayant une option parmi une succession de véhicules afin de permettre à un opérateur de récupérer le pic de charge sur le véhicule qui le suit. Classiquement, ces contraintes sont calculées indépendamment les unes des autres, i.e. option par option. L'objectif de cet article est de comprendre les interactions entre ces contraintes, sujet non encore abordé à notre connaissance et de quantifier la difficulté à respecter les contraintes d'espacement sur un cas particulier à deux contraintes.

Dans cet article, nous précisons tout d'abord la définition d'une contrainte d'espacement et l'indicateur utilisé pour évaluer le nombre de non respects pour une contrainte donnée. Pour évaluer la difficulté à construire une séquence de véhicules avec deux contraintes, nous procédons à la somme du nombre de non respects des deux contraintes. Nous expliciterons et

¹ Le temps cycle correspond à la cadence d'arrivée des véhicules sur un poste de travail.

illustrerons ensuite la notion d' « interaction de contraintes ». Sous des hypothèses restrictives que nous décrirons, nous présenterons les propriétés importantes et une stratégie simple permettant de proposer une méthode analytique approximant l'indicateur global de la liste pour deux contraintes d'espacement. Pour terminer, nous validons la formule analytique en la confrontant aux résultats obtenus avec l'outil de séquençement PSA Peugeot Citroën.

2. Définitions et hypothèses

2.1. La définition d'une contrainte d'espacement

Les équilibreurs et les responsables de l'atelier montage identifient les options des véhicules provoquant une surcharge de travail sur un ou plusieurs postes. Pour s'assurer que l'enlèvement des véhicules respecte l'équilibrage, chaque option à suivre nécessite une contrainte d'espacement. (Comby, 1996), (Baratou, 1998) et (Danjou *et al.*, 1999) définissent une contrainte d'espacement comme un ratio de type N/P. Dans une fenêtre glissante de P véhicules, il ne doit pas y avoir plus de N véhicules avec l'option. Dans notre article, nous considérerons que $N = 1$. Le dénominateur, P, est choisi tel que le ratio (1/P) soit supérieur au taux de présence de l'option. Cette hypothèse n'est pas trop restrictive chez PSA Peugeot Citroën car la majorité des contraintes d'espacement exprimées est de la forme 1/P.

La difficulté potentielle à respecter une contrainte peut être évaluée grâce à un indicateur correspondant à l'écart entre le ratio défini (N/P) et le taux de l'option à produire (Comby, 1996). Plus il est faible et plus la contrainte sera difficile à respecter. Mais, cet indicateur est insuffisant pour représenter la complexité du séquençement.

2.2. Evaluation du nombre de non respects d'une contrainte

Pour les véhicules soumis à la contrainte d'espacement N/P, nous comptabilisons un non respect quand le nombre de ces véhicules sur les P derniers véhicules excède N.

Dans l'exemple décrit figure 1, les véhicules entourés ne respectent pas la contrainte d'espacement de 1/5. Dans cette séquence, nous comptabilisons 2 non respects.

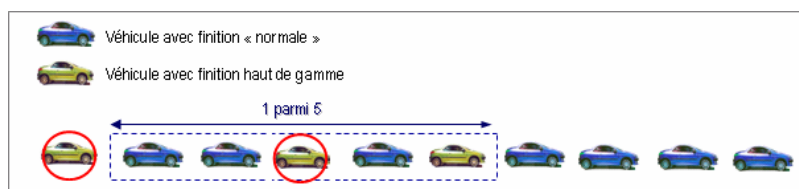


Figure 1. Exemple d'évaluation du nombre de non respects

Pour une séquence de véhicules donnée, l'indicateur d'espacement, I_{esp_j} , compte le nombre de non respects pour une contrainte d'espacement.

$$I_{esp_j} = \sum_{i=1}^n \left(X_{i,j} * \min \left(\max \left(-N_j + \sum_{k=Max(i-P_j,0)+1}^i X_{k,j}, 0 \right), 1 \right) \right) \quad (1)$$

Où n est le nombre de véhicules dans la séquence, N_j/P_j est le ratio de la contrainte d'espacement j et $X_{i,j}$ vaut 1 si le véhicule à la position i est soumis à la contrainte j , 0 sinon.

En pratique, le séquençage concerne une dizaine de contraintes d'espace. L'évaluation d'une séquence est obtenue en agrégeant la formule 1 en une somme pondérée comme le décrit la formule 2 :

$$I_{esp} = \sum_{j=1}^c (\omega_j * I_{esp_j}) \quad (2)$$

Où c est le nombre de contraintes à prendre en compte et ω_j est la pondération de la contrainte j (choisie selon l'importance de la contrainte). Si tous les $\omega_j = 1$ (i.e. pas de différenciation entre les contraintes), I_{esp} se réduit à dénombrer le nombre de non respects.

Dans ce papier, nous nous proposons d'approximer a priori² la valeur de cet indicateur.

2.3. Les interactions de contraintes

Une étude terrain a révélé des difficultés pour faire face à certaines situations de production, difficultés que les opérationnels imputaient aux relations entre les contraintes. Ces situations recouvraient en fait trois configurations : les options exclusives (options ne pouvant pas être cumulées pour un véhicule, comme la silhouette³ ou la motorisation), les options fortement croisées (options qui peuvent être commandées indépendamment l'une de l'autre par les clients mais souvent commandées ensemble, comme le chargeur CD et la navigation) et la succession de véhicules riches (véhicules ayant de nombreuses options). Dans ce papier, cette troisième configuration ne sera pas explicitement prise en compte. D'une part, la notion de richesse ne couvre pas la même définition selon le site de production étudié. D'autre part, elle peut être exprimée sous forme d'une contrainte correspondant à la présence simultanée de plusieurs options.

Ces deux situations correspondent à des cas particuliers d'un même phénomène que nous appelons : « les interactions de contraintes ». De manière générale, les interactions de contraintes sont l'ensemble des perturbations créées par la prise en compte simultanée de toutes les contraintes d'espace pour la création d'une séquence de véhicules.

Cet article se limite à un cas simple à deux contraintes ($c=2$), ayant la même importance ($\omega_1 = \omega_2 = 1$), dont le programme de production est présenté dans tableau 1. Nous considérons un programme de production pour des véhicules pouvant posséder deux options (A et B). Cela conduit à quatre types de véhicules différents (Type \emptyset , Type A, Type B et Type AB) dont les quantités correspondent respectivement à q_0 , q_A , q_B et q_{AB} .

| | A | B | Quantité |
|------------------|----------------------|----------------------|-----------|
| Type \emptyset | 0 | 0 | q_0 |
| Type A | 1 | 0 | q_A |
| Type B | 0 | 1 | q_B |
| Type AB | 1 | 1 | q_{AB} |
| | $Q_A = q_A + q_{AB}$ | $Q_B = q_B + q_{AB}$ | Q_{tot} |

Tableau 1. Un programme de production

Les options exclusives correspondent à un programme de production où $q_{AB} = 0$. Les options fortement croisées désignent les situations où q_{AB} constitue un fort pourcentage de $Q_A = q_A + q_{AB}$ ou de $Q_B = q_B + q_{AB}$.

² Sans avoir au préalable construit une séquence

³ Berline, Coupé cabriolet, Break, ...

2.4. Exemple d'interactions de contraintes

Les figures 2a et 2b mettent en évidence l'influence des interactions de contraintes sur un exemple. Pour ces figures, nous avons considéré que nous disposions de 33% de véhicules avec au moins l'option A ($q_A=6$), 50% de véhicules avec au moins l'option B ($q_B=9$). Les ratios des deux contraintes d'espace, calculés indépendamment et qui respectent le programme de production, sont $1/P_A = 1/3$ et $1/P_B = 1/2$.

La figure 2a illustre le phénomène des options exclusives. Supposons que le programme de production ne compte aucun véhicule avec les options A et B ($q_{AB} = 0$). En fait, il est impossible de trouver une séquence respectant simultanément les deux contraintes. La séquence doit satisfaire le respect de la contrainte A (ligne 1 de la figure 2a) et la contrainte B (ligne 2 de la figure 2a). La séquence complète, union des deux sous séquences, est impossible car nous ne possédons pas de véhicules avec les deux options simultanément. Dans la figure 2a, tout déplacement d'une option « A » va générer un non respect. Si une option « A » est décalée à gauche, le véhicule possédant l'option décalée ne respectera la contrainte. Si elle est décalée à droite, le véhicule suivant soumis à la contrainte ne la respectera pas.

$$\frac{1}{P_A} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{P_B} = \frac{1}{2} \text{ (options exclusives)}$$

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|--|---|--|---|---|---|--|---|--|---|---|---|--|
| Respect strict de A | A | | | A | | | A | | | A | | | A | | |
| Respect strict de B | | B | | B | | B | | B | | B | | B | | B | |

Figure 2a. Exemple de séquence mettant en évidence la notion d'interactions de contraintes

La figure 2b illustre le phénomène des options fortement croisées. Supposons que le programme de production compte 5 véhicules avec les options A et B ($q_{AB} = 5$). Comme la figure 2a, la séquence doit satisfaire le respect des deux contraintes. Quelque soit l'ordre des véhicules dans la séquence calculée, il n'existe pas de séquences respectant les deux contraintes.

$$\frac{1}{P_A} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{P_B} = \frac{1}{2} \text{ (options fortement croisées)}$$

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|--|---|--|---|---|---|--|---|--|---|---|---|--|
| Respect strict de A | A | | | A | | | A | | | A | | | A | | |
| Respect strict de B | | B | | B | | B | | B | | B | | B | | B | |

Figure 2b. Exemple de séquence mettant en évidence la notion d'interactions de contraintes

Ces deux exemples montrent que le respect du volume dans le programme de production de chaque contrainte ne suffit pas à garantir le respect de l'ensemble des contraintes dans l'ordonnement.

2.5. Les hypothèses

Nous allons, maintenant, présenter un ensemble d'hypothèses utilisées pour la définition de la liste idéale et du motif élémentaire, et pour la modélisation des interactions de contraintes.

H1 : Nous définissons pour chaque option A et B, les contraintes d'espace par les ratios $1/P_A$ et $1/P_B$ tel que P_A et P_B :

- sont entiers strictement supérieurs à 1⁴ (H1.1),
- sont soit multiples $PGCD(P_A, P_B) = \text{Min}(P_A, P_B)$, soit premiers entre eux $PGCD(P_A, P_B) = 1$ et $PPCM(P_A, P_B) = P_A * P_B$ (H1.2),
- n'autorisent pas de flexibilité : $\frac{1}{P_A} = \frac{Q_A}{Q_{tot}}$ et $\frac{1}{P_B} = \frac{Q_B}{Q_{tot}}$ (H1.3).

H2 : Les véhicules qui précèdent ou qui succèdent la liste ne possèdent aucune caractéristique.

H3 : Par convention, les véhicules ayant au moins l'option A sont moins représentés que les véhicules ayant au moins l'option B ($P_A \geq P_B$).

H4 : Afin d'éviter les effets de bord, nous considérons que la longueur de la liste est multiple de la longueur d'un motif élémentaire.

Dans la partie suivante, nous allons aborder les propriétés que nous avons mises en évidence et la stratégie que nous avons élaborée pour définir la formule analytique.

3. Modélisation et formalisation

3.1. Liste idéale et motif élémentaire

Sous les hypothèses H1.1 et H1.3, nous construisons une liste idéale avec les options « A » espacées de P_A et les options « B » espacées de P_B . Nous observons que cette liste est périodique de période $PPCM(P_A; P_B)$, comme l'illustre la figure 3.

| | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|---|
| AB | B | A | B | AB | B | A | B | AB | B | A | B |
|----|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|---|

Figure 3. Exemple de liste idéale avec A en 1/3 et B en 1/2

Nous appelons « motif élémentaire », la sous liste élémentaire de longueur $L_{motif} = PPCM(P_A, P_B)$ dont la répétition forme la liste idéale. Dans la figure 3, nous pouvons dénombrer 3 motifs élémentaires de longueur 6, dont celui grisé. Dans un motif élémentaire (sous l'hypothèse $N = 1$), il existe au plus un véhicule ayant les options A et B simultanément (un et un seul si P_A et P_B sont premiers entre eux, et au plus un si P_A et P_B sont multiples).

3.2. Propriétés

Propriété 1. Si P_A et P_B sont multiples, il existe un séquençement respectant simultanément les deux contraintes.

La Figure 4 décrit l'idée qui consiste à répartir les véhicules dans deux sous listes : la première (à gauche) contenant tous les véhicules avec les deux options et la deuxième (à droite) ne contenant aucun véhicule avec les deux options. Ces deux sous listes sont, en fait, constituées de motifs élémentaires (motifs grisés sur la figure 4) :

- le premier consiste à positionner un véhicule ayant les options A et B simultanément à la première position du motif. Par construction, nous avons donc un seul véhicule avec les options A et B simultanément par motif élémentaire.

⁴ Le nombre de véhicules soumis à une contrainte d'espacement doit être inférieur à la moitié du nombre de véhicules à séquencer.

- le deuxième consiste à positionner en début de motif un véhicule ayant l'option A seule juste après un véhicule ayant l'option B seule. Par construction, nous n'avons aucun véhicule avec les options A et B simultanément dans le motif élémentaire.



Figure 4. Séquence respectant les contraintes d'espace multiples (B, 1/2 et A, 1/4)

Propriété 2. Si $q_{AB} = \frac{Q_A * Q_B}{Q_{tot}}$ et P_A et P_B sont premiers entre eux, il existe un séquençement respectant simultanément les deux contraintes $1/P_A$ et $1/P_B$.

$$\text{Sous l'hypothèse H1.3, } q_{AB} = \frac{Q_A * Q_B}{Q_{tot}} \Leftrightarrow q_{AB} = \frac{\frac{Q_{tot}}{P_A} * \frac{Q_{tot}}{P_B}}{Q_{tot}} \Leftrightarrow q_{AB} = \frac{Q_{tot}}{P_A * P_B}$$

$$\text{Puisque } P_A \text{ et } P_B \text{ sont premiers entre eux (H1.2), } q_{AB} = \frac{Q_{tot}}{PPCM(P_A, P_B)}$$

$$\text{Par définition } L_{motif} = PPCM(P_A, P_B), q_{AB} = \frac{Q_{tot}}{L_{motif}}$$

Comme q_{AB} est égale au nombre de motifs élémentaires dans la liste et qu'il existe un et un seul véhicule ayant les options A et B simultanément dans un motif élémentaire, il existe alors une séquence respectant les deux contraintes.

Dans le reste de l'article, nous noterons $Q_{ind} = \frac{Q_A * Q_B}{Q_{tot}}$, le nombre idéal de véhicules ayant les options A et B simultanément.

3.3. Stratégie au plus proche du motif élémentaire (PPME)

Les propriétés 1 et 2 décrivent deux configurations pour lesquelles nous n'avons aucune difficulté pour créer une séquence respectant simultanément les deux contraintes. Nous allons, dans cette partie, sous les hypothèses que nous avons définies dans la partie précédente, présenter une stratégie de création d'une séquence au « plus proche du motif élémentaire » et la méthode analytique qui en découle.

Pour cela, nous avons décomposé le problème en deux sous problèmes :

- Soit le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément dans le programme de production (q_{AB}) est strictement inférieur au nombre idéal de véhicules ayant les options A et B simultanément (Q_{ind}),
- Soit le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément dans le programme de production (q_{AB}) est strictement supérieur au nombre idéal de véhicules ayant les options A et B simultanément (Q_{ind}).

L'objectif de cette stratégie est de minimiser le nombre de modifications dans une liste idéale pour atteindre le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément décrit dans le programme de production. Pour y parvenir, nous avons limité les déplacements uniquement à l'option la moins représentée dans le programme de production, ici l'option A.

3.3.1. Premier cas : $q_{AB} < Q_{ind}$

En partant de la liste idéale, il faut remplacer les véhicules ayant les options A et B simultanément par deux véhicules, l'un ayant l'option A seule et l'autre ayant l'option B seule. Ceci peut être obtenu en déplaçant l'option A du véhicule ayant les options A et B sur la position suivante. Ce déplacement génère un et un seul non respect par déplacement (le véhicule ayant l'option A seule suivant).

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| AB | A | B | A | B | | AB | A | B | A | B | | AB | | B | A | B | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |

Figure 5. Résultat avec A en 1/3 et B en 1/2 et $q_{AB} = 1$

La figure 5 illustre le résultat obtenu en appliquant cet algorithme. Les options « A » (dans les positions 1 et 7) ont été déplacées d'une position vers la droite, mais génèrent deux non respects sur les véhicules situés à $P_A - 1$ places à droite de la nouvelle position de l'option « A » (positions 4 et 10, respectivement).

Donc, le nombre de non respects dans ce cas est égal à $Q_{ind} - q_{AB}$.

3.2.2. Deuxième cas : $q_{AB} > Q_{ind}$

En partant de la liste idéale, nous n'avons pas assez de véhicules ayant les options A et B simultanément. Nous n'allons pas procéder comme précédemment. Nous allons minimiser le nombre de motifs élémentaires modifiés. Ceci s'obtient en saturant le plus possible les motifs en véhicules ayant les options A et B simultanément. Cette stratégie conduit à identifier trois types de motifs différents que nous enchaînerons successivement :

- Un motif saturé en véhicules ayant les options A et B simultanément (au sein d'un motif saturé tous les véhicules ayant au moins l'option A ont aussi l'option B),
- Un motif de transition complétant les véhicules ayant les options A et B simultanément non créés par les motifs saturés,
- Un motif élémentaire.

D'abord, nous allons décrire le processus de construction d'un motif saturé.

Pour commencer, nous définissons α tel que $\alpha * P_B$ corresponde à la distance minimale entre deux véhicules ayant les options A et B simultanément (sans déplacement de B) permettant d'éviter un non respect de la contrainte A :

$$(\alpha - 1) * P_B < P_A < \alpha * P_B \Leftrightarrow \alpha = \left\lceil \frac{P_A}{P_B} \right\rceil \quad (3)$$

Soit x , le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément espacés de $\alpha * P_B$.

Par définition de α , les véhicules ayant les options A et B simultanément espacés de $\alpha * P_B$ ne créent pas de non respects. Par conséquent, pour minimiser le nombre de non respects dans la création d'un motif saturé, le but est de maximiser x . Sachant que le nombre de véhicules ayant au moins l'option A dans le motif est égal à P_B , nous pouvons écrire les inéquations suivantes :

$$x * \alpha * P_B + (P_B - x) * P_B \leq P_A * P_B < (x + 1) * \alpha * P_B + (P_B - (x + 1)) * P_B$$

Nombre de A espacés de $\alpha * P_B$

Nombre de A espacés de P_B

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{P_A - P_B}{\alpha - 1} < x + 1 \Leftrightarrow x = \left\lfloor \frac{P_A - P_B}{\alpha - 1} \right\rfloor \quad (4)$$

Nous déduisons de ces inéquations le nombre de non respects avec la formule suivante :

$$P_B - x = P_B - \left\lfloor \frac{P_A - P_B}{\alpha - 1} \right\rfloor \quad (5)$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| A | | | | | | | | A | | | | A | | | | | A | | | | | |
| B | | | | B | | | | B | | | | B | | | | | B | | | | | B |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | |

Figure 6. Résultat avec A en 1/5 et B en 1/4

La figure 6 illustre la construction du motif saturé qui compte 3 non respects (cellules grisées). Nous avons positionné les véhicules ayant les options A et B simultanément d’abord avec un espacement de $\alpha * P_B$ ($x = 1$), puis avec un espacement de P_B ($P_B - x = 3$). Comme nous pouvons le constater, le troisième non respect est positionné sur le premier véhicule du motif suivant.

Soit $q'_{AB} = (q_{AB} - Q_{ind}) \bmod (P_B - 1)$, le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément non créés par la succession des motifs saturés.

Si $q'_{AB} > 0$, nous procéderons à la construction du motif de transition comme décrit ci-dessous :

Soit β_1 , le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément espacés de $\alpha * P_B$.

Soit β_2 , le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément espacés de P_B .

Soit γ_1 , le nombre de véhicules ayant l’option A seule espacés de P_A .

Soit γ_2 , le nombre de véhicules ayant l’option A seule non espacés de P_A .

Par définition, les véhicules ayant les options A et B simultanément espacés de $\alpha * P_B$ et les véhicules ayant l’option A seule espacés de P_A ne créent pas de non respects. Par conséquent, pour minimiser le nombre de non respects dans le motif de transition, le but est de maximiser $\beta_1 + \gamma_1$.

D’après la construction du motif saturé, si $q'_{AB} \leq x$, alors $\beta_2 = 0$ et $\beta_1 = q'_{AB}$ sinon $\beta_2 = q'_{AB} - x$ et $\beta_1 = x$. β_2 représente le nombre de non respects créés par les véhicules ayant les options A et B simultanément ne respectant pas l’espacement P_A . Par construction, β_1 et β_2 sont fixés, nous devons donc maximiser dans ce motif γ_1 . Ceci s’obtient par l’inéquation suivante :

$$\underbrace{\beta_1 * \alpha * P_B}_{\text{Nombre de A espacés de } \alpha * P_B} + \underbrace{\beta_2 * P_B}_{\text{Nombre de A espacés de } P_B} + \underbrace{\gamma_1 * P_A}_{\text{Nombre de A espacés de } P_A} + \gamma_2 \leq P_A * P_B < \underbrace{\beta_1 * \alpha * P_B}_{\text{Nombre de A espacés de } \alpha * P_B} + \underbrace{\beta_2 * P_B}_{\text{Nombre de A espacés de } P_B} + \underbrace{(\gamma_1 + 1) * P_A}_{\text{Nombre de A espacés de } P_A} + \underbrace{(\gamma_2 - 1)}_{\text{Nombre de A espacés de } 1}$$

$$\Leftrightarrow \gamma_1 = \left\lfloor \frac{P_A * P_B - \beta_1 * \alpha * P_B - \beta_2 * P_B - P_B + q'_{AB}}{P_A - 1} \right\rfloor \quad (6)$$

Nous déduisons de ces inéquations le nombre de non respects des véhicules ayant l'option A seule (γ_2) avec la formule suivante :

$$\gamma_2 = P_B - q'_{AB} - \gamma_1 \quad (7)$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| A | | | | | | | | A | | | | A | | | | | A | | | | A |
| B | | | | B | | | | B | | | | B | | | | | B | | | | B |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | |

Figure 7. Résultat avec A en 1/5 et B en 1/4, et seulement 3 véhicules A et B

La figure 7 illustre la construction du motif de transition qui compte 2 non respects (cellules grisées). Nous avons positionné les véhicules ayant les options A et B simultanément d'abord avec un espacement de $\alpha * P_B$ ($\beta_1 = 1$) et avec un espacement de P_B ($\beta_2 = 1$), puis les véhicules ayant l'option A seule à un espacement de P_A ($\gamma_1 = 1$) et avec un espacement inférieur à P_A ($\gamma_2 = 1$). Comme nous pouvons le constater, le deuxième non respect (celui correspondant à γ_2) est positionné sur le premier véhicule du motif suivant.

Le motif élémentaire ne crée pas de non respect. Par construction et comme l'illustrent les figures 6 et 7, si il est présent et si il existe au moins un motif saturé ou un motif de transition, le premier véhicule du premier motif élémentaire contiendra un non respect.

Pour résumer, nous construisons d'abord les motifs saturés, puis si nécessaire un motif de transition, suivis des motifs élémentaires. L'approximation de notre indicateur I'_{esp} s'effectue alors avec la formule 8, I'_{esp} .

Soit $M = \frac{Q_{tot}}{L_{motif}} = Q_{ind}$, le nombre de motifs composant la liste de véhicules à séquencer

Soit $m = \left\lfloor \frac{q_{AB} - Q_{ind}}{P_B - 1} \right\rfloor$, le nombre de motifs saturés,

Soit $m' = \left\lfloor \frac{q_{AB} - Q_{ind}}{P_B - 1} \right\rfloor$, le nombre de motifs saturés et de transition,

Soit $\varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{si } m' = M \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$, le nombre de non respects présents sur le premier motif élémentaire.

$$I'_{esp} = m * \left(P_B - \left\lfloor \frac{P_A - P_B}{\alpha - 1} \right\rfloor \right) + (m' - m) * (\beta_2 + \gamma_2) - \varepsilon \quad (8)$$

4. Résultats numériques

Nous avons construit une méthode analytique s'articulant sur les propriétés de la stratégie PPME permettant de construire des séquences. Cette méthode nous a permis d'obtenir une expression analytique simple estimant le nombre de non respects décrits par la formule 8. Nous l'avons validée en confrontant les résultats à ceux obtenus avec un outil de

séquençement industriel utilisé actuellement en production par PSA Peugeot Citroën qui recherche la séquence ayant le minimum de non respects des contraintes.

Nous constatons que les valeurs des solutions obtenues sont proches comme l'illustre la figure 8. La figure 8 présente les résultats de trois cas. En abscisse, nous faisons varier le nombre de véhicules soumis aux deux contraintes simultanément (q_{AB} varie de 0 à la quantité de véhicules possédant la contrainte la moins représentée) en sachant que le nombre total de véhicules et le nombre de véhicules possédant au moins la première et la deuxième contrainte sont constants (Q_{tot} , Q_A et Q_B sont constants). En ordonnée, nous trouvons la valeur de la formule analytique, I'_{esp} , (trait plein) et la valeur obtenue avec l'outil de séquençement PSA Peugeot Citroën (trait en pointillé), I_{esp} .

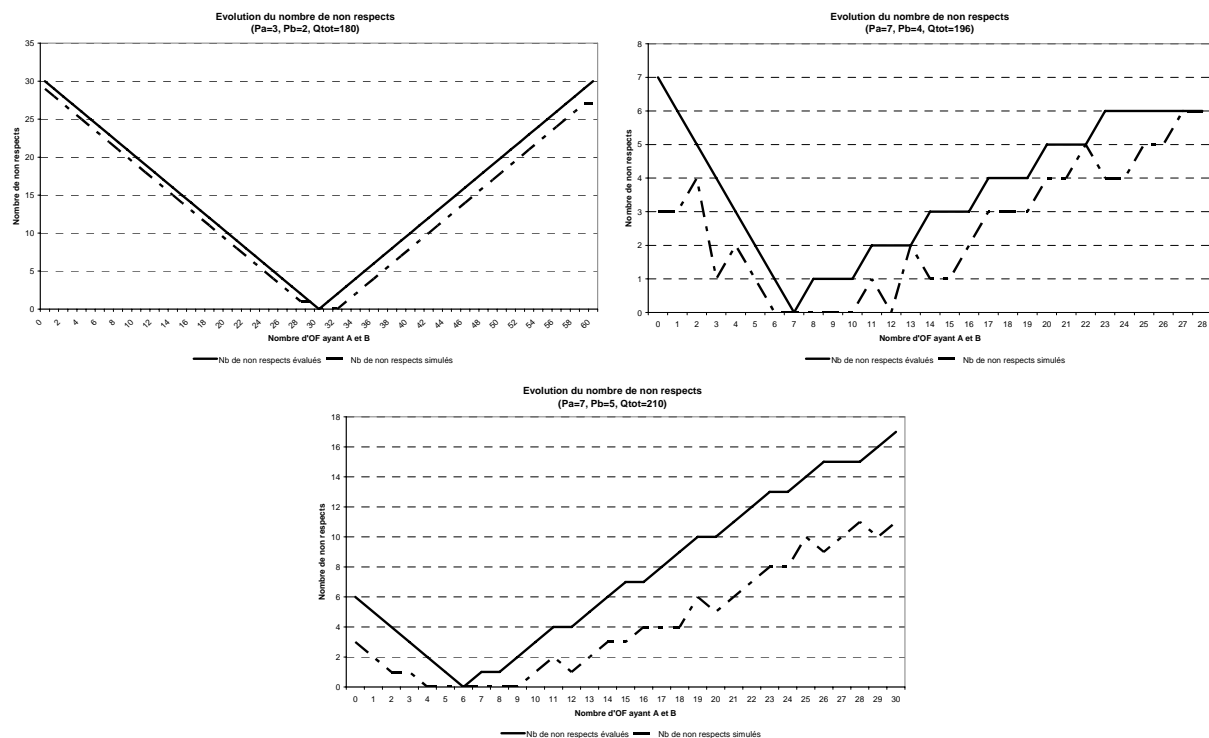


Figure 8 : Comparaison pour 3 cas de la formule analytique avec l'outil de séquençement PSA Peugeot Citroën

Cette méthode analytique montre surtout que plus l'écart entre le nombre de véhicules possédant les deux contraintes dans le programme de production (q_{AB}) et la quantité idéale de véhicules devant avoir les options A et B simultanément (Q_{ind}) est grand, plus il est difficile de respecter les deux contraintes simultanément.

5. Conclusion et perspectives

Cet article a contribué à la clarification de la notion d'interaction de contraintes et à la définition d'une méthode analytique mesurant les risques de non respects des contraintes d'espacement en fonction de leur prise en compte unitaire. D'une façon pratique, la propriété 2 (mise en évidence de la quantité idéale) a également permis aux responsables de l'atelier montage et aux équilibriers d'identifier plus facilement les postes nécessitant des plans d'action adaptés (renforcement anticipé de postes de travail, suivi particulier, ...).

Les perspectives s'orientent autour de deux objectifs. Le premier consiste à intégrer dans la modélisation les marges de sécurisation, puis dans un deuxième, l'extension de la problématique à plus de deux contraintes.

6. Références bibliographiques

Baratou P. (1998) « Gestion réactive des stocks intermédiaires d'un flux de production automobile », *Thèse de doctorat de l'Université des Sciences*, Lille.

Boutevin C. (2003), « Problèmes d'ordonnancement et d'affectation avec contraintes de ressources de type RCPSP et line balancing », *Thèse de doctorat*, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand

Comby G. (1996) « Aide au séquençement des produits sur lignes de fabrication multi modèles », *thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées*, Lyon.

Danjou F., Giard V., Leroy E. (1999). « Analyse de la robustesse des ordonnancements / réordonnancements sur ligne de production et d'assemblage dans l'industrie automobile », *Renault*, IAE Paris