

OUTIL D'AIDE A L'ANALYSE DES INTERACTIONS DE CONTRAINTES POUR L'ORDONNANCEMENT D'UNE LIGNE DE MONTAGE

Aymeric Lesert^{1,2}

¹PSA Peugeot Citroën
45, rue Jean Pierre Timbaud
78307 Poissy CEDEX
aymeric.lesert@mpsa.com

Gülgin Alpan², Yannick Frein², Stéphane Noiré¹

²GILCO, ENSGI-INPG
46, avenue Felix Viallet
38031 Grenoble CEDEX
yannick.frein@gilco.inpg.fr, gulgun.alpan@gilco.inpg.fr

RESUME : Dans cet article, nous proposons un outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes permettant de comprendre l'impact de ce phénomène sur l'ordonnement des véhicules d'une ligne de montage d'une usine terminale automobile. Les interactions de contraintes sont l'ensemble des perturbations créées par la prise en compte simultanée de toutes les contraintes d'espacement pour la création d'une séquence de véhicules. Cet outil mesure les risques de non respect des contraintes d'équilibrage prises deux à deux. Grâce au couplage de cet outil à un module de séquençement, il est possible d'anticiper les difficultés à respecter les contraintes d'équilibrage dans l'ordonnement et de les adapter au plus juste.

MOTS-CLES : Car Sequencing Problem, Ordonnement, Equilibrage, Contrainte d'espacement, Interaction de contraintes, Séquençement, Dimensionnement

1. INTRODUCTION

Les constructeurs automobiles comme Toyota, Nissan, Renault ou PSA Peugeot Citroën créent une liste unique quelques jours avant la production. Ils essaient de la respecter à l'entrée de l'atelier montage afin d'optimiser la synchronisation entre l'approvisionnement des pièces en bords de ligne et le flux principal de fabrication des véhicules (Bernier, 2000). Cette liste est construite en respectant le plus possible les contraintes liées à l'équilibrage.

La fabrication d'un véhicule sur une ligne de montage automobile nécessite des milliers d'opérations d'assemblage. L'équilibrage consiste à affecter ces opérations aux postes de travail tel que la charge de travail sur chacun d'eux soit la plus homogène possible. Cette affectation des tâches, un traitement coûteux, est étudiée périodiquement à partir de données prévisionnelles. L'équilibrage est un domaine scientifique d'une cinquantaine d'années avec une littérature abondante notamment pour des lignes de montage automobile, citée dans la thèse de (Boutevin, 2003).

Cependant, pour des raisons de coûts et des contraintes industrielles (exemple : manque de place, présence d'un manipulateur, espace en bord de ligne limité, ...), il est possible que l'opérateur d'un poste de travail ait besoin pour certains véhicules d'un temps de travail supérieur au temps cycle (temps mis en moyenne par un véhicule pour passer d'un poste de travail à un autre). Ces véhicules constituent des « pics de charge » et contraignent le flux principal de fabrication. Ces véhicules sont espacés, à l'aide d'une contrainte d'espacement, afin de permettre aux opérateurs

d'absorber les pics de charge. Par conséquent, ils sont limités en volume pour ne pas excéder la charge maximale des opérateurs.

Classiquement, les contraintes d'espacement sont calculées indépendamment les unes des autres, i.e. option par option.

Actuellement, les sites de production ont conscience de la corrélation existant entre les risques de non respects des contraintes d'espacement et le nombre de véhicules ayant simultanément plusieurs options soumises aux contraintes d'espacement (Lesert et al, 2005). En l'absence d'une méthode pour évaluer le dimensionnement juste nécessaire, les équilibreurs préfèrent surdimensionner les postes de travail. Ceci se manifeste par l'ajout d'opérateurs supplémentaires, par l'appel à des intérimaires ou par la présence d'un pool d'opérateurs polyvalents.

L'objectif de cet article est de présenter un outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes. Cet outil, utilisé quotidiennement, évalue les risques de non respects des contraintes d'espacement, identifie les contraintes perturbatrices grâce à l'analyse des interactions de contraintes vues deux par deux, et permet de les dimensionner au plus juste.

Dans cet article, nous précisons tout d'abord la définition d'une contrainte d'espacement, des interactions de contraintes et l'indicateur utilisé pour évaluer le nombre de non respects pour une contrainte donnée. Pour évaluer la difficulté à respecter deux contraintes d'espacement, nous proposons dans la deuxième partie une méthode approximant le nombre de non respects de deux contraintes d'espacement. Pour

terminer, nous proposerons un outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes et nous expliciterons la façon de l'utiliser pour dimensionner les contraintes d'espacement afin de minimiser les impacts des interactions de contraintes sur l'ordonnement d'une ligne de montage automobile.

2. DEFINITIONS ET HYPOTHESES

2.1. Définition d'une contrainte d'espacement

Les équilibres et les responsables de l'atelier montage identifient les options des véhicules provoquant une surcharge de travail sur un ou plusieurs postes. Pour s'assurer que l'ordonnement des véhicules respecte l'équilibrage, chaque option à suivre nécessite une contrainte d'espacement définie avec un ratio N/P (Danjou et al., 1999). Dans une fenêtre glissante de P véhicules, il ne doit pas y avoir plus de N véhicules avec l'option. (Comby, 1996) propose un indicateur permettant de mesurer la difficulté à respecter une contrainte d'espacement de type N/P. (Baratou, 1998) présente un outil de séquençement minimisant le nombre de non respects des contraintes d'espacement et qui fournit une solution initiale au module d'optimisation proposée par (Joly, 2005). Ces deux travaux décrivent l'outil de séquençement utilisé par le groupe PSA Peugeot Citroën.

Ces ratios, que nous appellerons « ratios négociés », sont définis lors d'une négociation entre les équilibres et la coordination de production¹ une fois par mois. Durant cette réunion, la flexibilité est introduite en définissant des ratios permettant d'engager une quantité supérieure à la quantité prévisionnelle. Suite à cette réunion, les ratios négociés sont utilisés par les équilibres pour dimensionner les moyens de production.

La difficulté potentielle à respecter une contrainte d'espacement j peut être évaluée grâce à l'indicateur, I_{r_j} , correspondant à l'écart entre le ratio défini (N/P) et le taux de l'option à produire (Comby, 1996).

$$I_{r_j} = \frac{P_j}{N_j} \left(\frac{N_j}{P_j} - \frac{Q_j}{Q_{tot}} \right) \quad (1)$$

Où Q_j est le nombre de véhicules ayant l'option soumise à la contrainte d'espacement j ,
 Q_{tot} est le nombre de véhicules à séquencer

Si la valeur de l'indicateur (1) est négatif, cela signifie que nous ne pourrions pas respecter la contrainte. Si elle est proche de 0, cela signifie que la contrainte devrait être difficile. Et, si elle est proche de 1, la contrainte devrait être très facile à respecter.

¹ Ce service assure la synchronisation des flux véhicules et constituants, et est responsable de l'enlèvement des véhicules.

Mais, cet indicateur est insuffisant pour identifier les risques de non respects comme nous allons le décrire dans la section suivante.

2.2. Les interactions de contraintes

Les interactions de contraintes sont l'ensemble des perturbations créées par la prise en compte simultanée de toutes les contraintes d'espacement pour la création d'une séquence de véhicules.

Les figures 1a, 1b et 1c mettent en évidence l'influence des interactions de contraintes sur un exemple. Pour ces figures, nous avons considéré que nous disposions de 6 véhicules avec au moins l'option A, 9 véhicules avec au moins l'option B, pour 18 véhicules au total. Les ratios des deux contraintes d'espacement, calculés indépendamment et qui respectent les 18 véhicules, sont $N_A/P_A = 1/3$ et $N_B/P_B = 1/2$. Par conséquent, $I_{r_A} = 0$ et $I_{r_B} = 0$. La différence entre ces figures réside dans le nombre de véhicules ayant les deux options simultanément.

La figure 1a illustre le phénomène quand aucun véhicule n'a les deux options simultanément. En fait, il est impossible de trouver une séquence respectant simultanément les deux contraintes. La séquence doit satisfaire le respect de la contrainte A (ligne 1 de la figure 1a) et la contrainte B (ligne 2 de la figure 1a). La séquence complète, union des deux sous séquences, est impossible car nous ne possédons pas de véhicules avec les deux options simultanément. Dans la figure 1a, tout déplacement d'une option « A » va générer un non respect. Si une option « A » est décalée à gauche, le véhicule possédant l'option décalée ne respectera la contrainte. Si elle est décalée à droite, le véhicule suivant soumis à la contrainte ne la respectera pas.

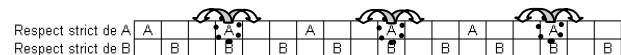


Figure 1a. Exemple de séquence mettant en évidence la notion d'interactions de contraintes

La figure 1b illustre le phénomène quand le taux de véhicules ayant les deux options simultanément parmi l'une des deux options est élevé. Supposons que nous comptons 5 véhicules avec les options A et B. Comme la figure 1a, la séquence doit satisfaire le respect des deux contraintes. Quelque soit l'ordre des véhicules dans la séquence calculée, il n'existe pas de séquences respectant les deux contraintes.

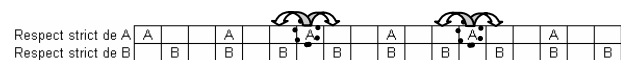


Figure 1b. Exemple de séquence mettant en évidence la notion d'interactions de contraintes

La figure 1c illustre une séquence satisfaisant les deux contraintes simultanément. Ici, la séquence comporte 3 véhicules ayant les deux options simultanément.

Respect strict de A	A		A		A		A		A		A		A	
Respect strict de B		B		B		B		B		B		B		B

Figure 1c. Exemple de séquence mettant en évidence la notion d'interactions de contraintes

Ces trois exemples montrent que le respect du volume de chaque contrainte ne suffit pas à garantir le respect de l'ensemble des contraintes dans l'ordonnement. De plus, le respect de l'ensemble des contraintes dans l'ordonnement est conditionné par le nombre de véhicules ayant des options multiples.

2.3. Evaluation du nombre de non respects d'une contrainte

Pour les véhicules soumis à la contrainte d'espacement N/P , nous comptabilisons un non respect quand le nombre de ces véhicules sur les P derniers véhicules excède N .

Dans l'exemple décrit figure 2, les véhicules entourés ne respectent pas la contrainte d'espacement de $1/5$. Dans cette séquence, nous comptabilisons 2 non respects.

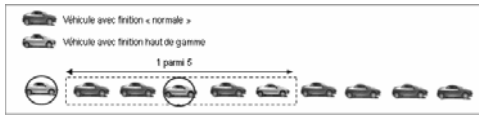


Figure 2. Exemple d'évaluation du nombre de non respects

Pour une séquence de véhicules donnée, l'indicateur d'espacement, I_{esp_j} , compte le nombre de non respects pour la contrainte d'espacement j .

$$I_{esp_j} = \sum_{i=1}^n \left(x_{i,j} * \min \left(\max \left(-N_j + \sum_{k=Max(i-P_j,0)+1}^i x_{k,j}, 0 \right), 1 \right) \right) \quad (2)$$

Où n est le nombre de véhicules dans la séquence, N_j/P_j ratio de la contrainte d'espacement j et $x_{i,j}$ vaut 1 si le véhicule à la position i est soumis à la contrainte d'espacement j , 0 sinon.

En pratique, le séquençage concerne une dizaine de contraintes d'espacement. L'évaluation d'une séquence est obtenue en agrégeant la formule 2 en une somme pondérée comme le décrit la formule 3 :

$$I_{esp} = \sum_{j=1}^c \left(\omega_j * I_{esp_j} \right) \quad (3)$$

Où c est le nombre de contraintes d'espacement à prendre en compte et ω_j est la pondération de la contrainte d'espacement j (choisie selon leur priorité). Si tous les $\omega_j = 1$ (i.e. pas de différenciation entre les contraintes d'espacement), I_{esp} se réduit à dénombrer le nombre de non respects.

Dans ce papier, nous nous proposons de borner a priori la valeur de cet indicateur.

2.4. Le programme de production

L'algorithme, présenté dans cet article, se limite à un cas simple à deux contraintes ($c = 2$), ayant la même importance ($\omega_1 = \omega_2 = 1$), dont le programme de production est présenté dans tableau 1. Nous considérons un programme de production pour des véhicules pouvant posséder deux options (A et B). Cela conduit à quatre types de véhicules différents (Type \emptyset , Type A, Type B et Type AB) dont les quantités correspondent respectivement à q_0 , q_A , q_B et q_{AB} . La quantité totale, Q_{tot} , correspond au nombre de véhicules pris en compte dans le programme de production.

	A	B	Quantité
Type \emptyset	0	0	q_0
Type A	1	0	q_A
Type B	0	1	q_B
Type AB	1	1	q_{AB}
	$Q_A = q_A + q_{AB}$	$Q_B = q_B + q_{AB}$	Q_{tot}

Tableau 1. Un programme de production

Nous définissons pour les options A et B, les contraintes d'espacement par les ratios N_A/P_A et N_B/P_B tel que $1 \leq N_A < P_A$, $1 \leq N_B < P_B$, $(N_A, P_A) \in \mathbb{N}^2$ et $(N_B, P_B) \in \mathbb{N}^2$

Les véhicules qui précèdent ou qui succèdent la liste ne possèdent aucune caractéristique.

Nous noterons, $P(q_0, q_A, q_B, q_{AB}, N_A/P_A, N_B/P_B)$, un programme de production.

2.5. Motif et ensemble des motifs d'un ratio

Soit $r_j = N_j/P_j$, ratio de la contrainte d'espacement j .

Un motif, m_{r_j} , pour le ratio r_j de la contrainte d'espacement j , représente une succession possible $(m_{i,j})_{i \in 1..P_j}$ de P_j véhicules ayant ($m_{i,j} = 1$) ou n'ayant pas l'option ($m_{i,j} = 0$) dont le nombre de véhicules ayant l'option est N_j ($\sum_i m_{i,j} = N_j$).

$$m_{r_j} = (m_{i,j})_{i \in 1..P_j} \quad (4)$$

$$\text{avec } m_{i,j} = \{0,1\} \text{ tel que } \sum_i m_{i,j} = N_j$$

Soit M_{r_j} , l'ensemble des motifs pour le ratio r_j de la contrainte d'espacement j .

La figure 3 illustre l'ensemble des motifs d'une contrainte d'espacement avec un ratio 2/4.

1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1

Figure 3. Ensemble des motifs possibles pour une contrainte 2/4

2.6. Ratio compatible et ensemble des ratios compatibles applicables d'une contrainte d'espacement

Un ratio r' est compatible avec un ratio r si et seulement si tous les motifs du ratio r' répétés à l'infini respecte le ratio r .

Dans la figure 4, pour une contrainte d'espacement appliquée aux moteurs HDI, le ratio 1/2 est compatible avec le ratio 2/4. Par contre, le ratio 2/4 n'est pas compatible avec le ratio 1/2.



Figure 4. Exemple de ratios compatibles

Un ratio r' compatible avec un ratio r est applicable si le volume induit par le ratio r' est compris entre le volume présent dans le programme de production de l'option soumise à la contrainte d'espacement et le volume induit par le ratio r .

Soit R_{r_j} , l'ensemble des ratios compatibles applicables du ratio r_j de la contrainte d'espacement j . Nous pouvons aisément montrer que :

$$R_{r_j} = \left\{ r'_j \mid \frac{Q_j}{Q_{tot}} \leq \frac{N'_j}{P'_j} \leq \frac{N_j}{P_j} \text{ et } N'_j \leq N_j \right\} \quad (5)$$

Q_j , volume de l'option
 Q_{tot} , nombre de véhicules total
 $r_j = N_j/P_j, 1 \leq N_j < P_j, (N_j, P_j) \in \mathbb{N}^2$
 $r'_j = N'_j/P'_j, 1 \leq N'_j < P'_j, (N'_j, P'_j) \in \mathbb{N}^2$

L'exemple, illustré dans le tableau 2, présente l'ensemble des ratios compatibles applicables du ratio 4/7 avec un volume de 145 véhicules ayant l'option pour un total de 300 véhicules. A l'intersection d'une

ligne (N) et d'une colonne (P), nous avons représenté le volume maximal possible. Par exemple, avec un ratio 3/4 pour un volume total de 300, nous avons un volume maximal de $3 \cdot 300 / 4 = 225$. Les cases grisées correspondent aux ratios compatibles applicables.

N/P	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4					240	200	171	150	133
3				225	180	150	128	112	100
2			200	150	120	100	85	75	66
1		150	100	75	60	50	42	37	33

Tableau 2. Exemple de ratios compatibles applicables

D'où, l'ensemble des ratios compatibles applicables est : $\{ 4/7, 4/8, 3/6, 2/4, 1/2 \}$.

2.7. Ensemble des motifs d'une contrainte d'espacement

L'ensemble des motifs de la contrainte d'espacement j , avec le ratio r_j , M'_j , est l'union des ensembles des motifs M_r du ratio r avec r appartenant à l'ensemble des ratios compatibles applicables du ratio r_j , R_{r_j} .

$$M'_j = \bigcup_{r \in R_{r_j}} M_r \quad (6)$$

2.8. Liste idéale et ensemble des listes idéales

Une liste idéale correspond à une répétition pour chacune des deux contraintes d'espacement d'un même motif. Selon les motifs choisis, nous pouvons avoir des programmes de production différents.

Une liste idéale, l , pour les contraintes d'espacement A et B est construite telle que nous choisissons un motif $m_{r_A} \in M'_A$ pour la contrainte d'espacement A avec le ratio r_A , et un motif $m_{r_B} \in M'_B$ pour la contrainte d'espacement B avec le ratio r_B , et telle que nous répétons ces motifs pour une liste de longueur Q_{tot} .

Nous pouvons évaluer son programme de production, $P_{idéal}(l)$ comme suit :

$$P_{idéal}(q_{liste_0}(l), q_{liste_A}(l), q_{liste_B}(l), q_{liste_{AB}}(l), N_A/P_A, N_B/P_B) \quad (7)$$

avec $q_{liste_0}(l)$, nombre de véhicules sans option

$q_{liste_A}(l)$, nombre de véhicules ayant l'option A seule

$q_{liste_B}(l)$, nombre de véhicules ayant l'option B seule

$q_{liste_{AB}}(l)$, nombre de véhicules ayant les deux options

Pour la figure 5, nous avons une contrainte d'espacement A avec le ratio 2/5, une contrainte d'espacement B avec le ratio 2/4. Pour construire la liste idéale, le motif $m_{2/5}$ de la contrainte d'espacement A choisi est (1,0,1,0,0) et le motif $m_{2/4}$ de la contrainte d'espacement B choisi est (1,1,0,0). Le programme de production de cette liste

Formule corrigée dans la thèse

idéale est $P_{idéal} (6,4,6,4,2/5,2/4)$, soit 6 véhicules sans option, 4 avec l'option A seule, 6 avec l'option B seule et 4 avec les options A et B simultanément.

A	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
B	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

Figure 5. Exemple d'une liste idéale de longueur 20 pour A avec un ratio 2/5 et B avec un ratio 2/4

L'ensemble des listes idéales, L , correspond à l'ensemble des listes idéales construites à partir du produit cartésien des ensembles des motifs des deux contraintes d'espacement.

$$L = \{ \sigma(m_A, m_B) \mid \forall m_A \in M'_A, \forall m_B \in M'_B \} \quad (8)$$

Dans la partie suivante, nous allons décrire l'algorithme PPLI (au Plus Proche de la Liste Idéale) utilisé pour évaluer le nombre de non respects.

3. MODELISATION

3.1. Hypothèse

Soit $Q^- = \min_{l \in L} (q_{liste_{AB}}(l))$, nombre minimal de véhicules ayant les options A et B simultanément dans l'ensemble des listes idéales

Soit $Q^+ = \max_{l \in L} (q_{liste_{AB}}(l))$, nombre maximal de véhicules ayant les options A et B simultanément dans l'ensemble des listes idéales.

Nous supposons qu'il existe une séquence respectant les deux contraintes dans le cas où $Q^- \leq q_{AB} \leq Q^+$,

$$\frac{Q_A}{Q_{tot}} \leq \frac{N_A}{P_A} \quad \text{et} \quad \frac{Q_B}{Q_{tot}} \leq \frac{N_B}{P_B}$$

Cette hypothèse est démontrée dans le cas particulier où les contraintes d'espacement A et B ont un ratio $1/P_A$ et $1/P_B$ (Lesert *et al.*, 2005). Dans les autres cas, cette hypothèse a été seulement observée.

3.2. Au plus proche d'une liste idéale (PPLI)

Dans l'article (Lesert *et al.*, 2005), nous décrivons le phénomène des interactions de contraintes et nous proposons une première modélisation. Elle concernait les contraintes d'espacement avec des ratios de type $1/P$ sans flexibilité. Ici, nous avons étendu le principe aux contraintes d'espacement de type N/P avec flexibilité. Cette approche nous a permis d'aboutir à la définition d'un outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes que nous décrivons ultérieurement.

L'algorithme PPLI, la base de l'outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes, approxime rapidement le nombre potentiel de non respects du programme de production P décrit en Tableau 1 que nous pourrions obtenir avec l'outil de séquençement du groupe PSA

Peugeot Citroën. Cet algorithme construit une séquence en procédant, par étape, à des modifications dont le but est de minimiser le nombre de non respects d'une des deux contraintes d'espacement.

Il se décompose en 4 étapes :

- Ecarter les quantités excédentaires pour disposer d'un programme de production ayant les quantités respectant les ratios des contraintes d'espacement²,
- Exploiter la flexibilité disponible pour explorer les ratios compatibles applicables,
- Construire une séquence évaluant le risque des non respects à partir d'une liste idéale,
- Réintégrer dans la liste idéale modifiée les quantités écartées.

3.2.1. Exploitation de la flexibilité

La flexibilité introduite lors de la négociation et les variations commerciales peut donner la possibilité d'utiliser différents ratios comme l'indique la définition de l'ensemble des ratios compatibles applicables. L'utilisation d'un ratio compatible applicable différent du ratio négocié pour une contrainte d'espacement affine l'évaluation du risque de non respects.

Par exemple, soit une contrainte d'espacement négociée à $1/4$ pour A et à $1/7$ pour B, la flexibilité pour B peut permettre de définir une contrainte d'espacement avec un ratio de $1/8$. L'utilisation des ratios $1/4$ et $1/8$ permet de conclure qu'il n'existe pas de risque de non respect car la propriété 1 de (Lesert *et al.*, 2005) précise que si $1/P_A$ et $1/P_B$ sont multiples, il existe un séquençement respectant simultanément les deux contraintes.

Pour minimiser la création ou la suppression du nombre de véhicules ayant les deux options simultanément, nous allons appliquer l'étape suivante sur une partie de l'ensemble des listes idéales, L . Ce sous ensemble, L' , correspond aux listes idéales telles que le nombre de véhicules ayant les deux options simultanément, $q_{liste_{AB}}(l)$, soit le plus proche du nombre de véhicules ayant les deux options simultanément, q_{AB} , dans le programme de production, P .

$$L' = \left\{ l \in L \mid \left| q_{liste_{AB}}(l) - q_{AB} \right| = \min_{l' \in L} \left| q_{liste_{AB}}(l') - q_{AB} \right| \right\} \quad (9)$$

Pour chaque liste idéale, l , de L' , nous construirons, à l'étape suivante, une séquence évaluant le risque de non respects. La liste retenue sera celle minimisant le nombre de non respects.

² Ceci correspond à une situation exceptionnelle que nous ne détaillerons pas dans l'article mais que nous avons intégré à l'outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes.

3.2.2. Construction d'une séquence évaluant le risque des non respects

Cette étape minimise le nombre de modifications dans une liste idéale pour atteindre le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément, q_{AB} , décrit dans le programme de production, P . Pour se faire, nous avons décomposé cette étape en trois sous problèmes qui dépendent du nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément :

- Soit $q_{AB} < Q^-$, le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément dans la liste idéale est supérieur au nombre de véhicules ayant les deux options dans le programme de production P ,
- Soit $Q^- \leq q_{AB} \leq Q^+$, selon l'hypothèse que nous avons présentée ci-dessus, il existe une séquence sans non respect,
- Soit $q_{AB} > Q^+$, le nombre de véhicules ayant les options A et B simultanément dans la liste idéale est inférieur au nombre de véhicules ayant les deux options dans le programme de production P .

Ces sous problèmes, décrits en annexes, enchaînent différentes phases qui consistent d'abord à utiliser la flexibilité disponible, puis, à minimiser la création de non respects dus au déplacement d'une seule option, l'option A. Ces phases sont interrompues dès que le nombre de véhicules ayant les deux options dans la liste en cours de modification, l' , atteint le nombre de véhicules ayant les deux options dans le programme de production, q_{AB} .

Suite au traitement lié aux phases d'un des trois sous problèmes, nous disposons d'une liste idéale modifiée, l' , telle que $q_{liste_{AB}}(l') = q_{AB}$. Le risque de non respects de cette liste correspond au nombre de non respects de la contrainte d'espace A.

3.3. Résultats numériques

Nous constatons que les valeurs des solutions obtenues avec l'algorithme PPLI sont proches de celles de l'outil de séquençage adopté par le groupe PSA Peugeot Citroën comme l'illustre les figures 12 à 15.

Pour les figures 6 et 7, nous avons défini une contrainte d'espace A avec le ratio 2/5, une contrainte d'espace B avec le ratio 3/7 et un volume de 300 véhicules. Ce qui les diffère est la flexibilité disponible pour les deux options. La figure 6 ne prend pas en compte de flexibilité, donc $Q_A = 300 * 2/5 = 120$ et $Q_B = \lfloor 300 * 3/7 \rfloor = 128$. La figure 7 prend en compte une flexibilité de 3% pour les deux contraintes, donc $Q_A = \lfloor \frac{300 * 2/5}{1,03} \rfloor = 116$ et $Q_B = \lfloor \frac{300 * 3/7}{1,03} \rfloor = 124$.

En abscisse, nous faisons varier le nombre de véhicules soumis aux deux contraintes simultanément, i.e. q_{AB} varie de 0 à 120 pour la figure 12 et de 0 à 116 pour la figure 13. En ordonnée, nous avons le nombre de non respects évalué avec l'algorithme PPLI (trait pointillé) et la valeur obtenue avec l'outil de séquençage PSA Peugeot Citroën (trait plein).

Pour la figure 8, nous avons une contrainte d'espace avec le ratio 1/7, une contrainte d'espace avec le ratio 1/4 et un volume de 300 véhicules. Pour les options A et B, nous n'avons pas de flexibilité.

Pour la figure 9, nous avons une contrainte d'espace avec le ratio 1/4, une contrainte d'espace avec le ratio 4/5 et un volume de 300 véhicules. L'option A dispose de 10% de flexibilité. L'option B n'a pas de flexibilité.

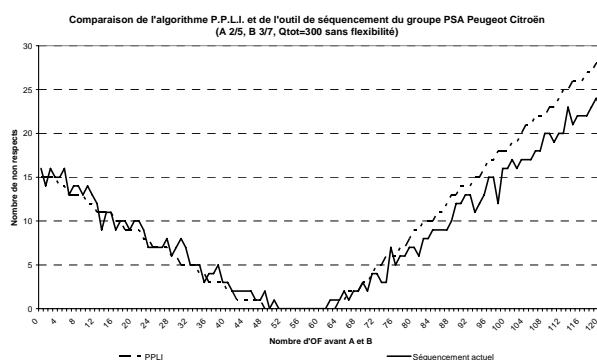


Figure 6. Situation sans flexibilité

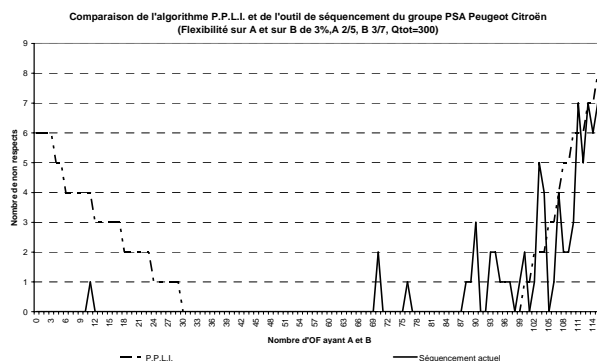


Figure 7. Situation avec 3% de flexibilité sur A et sur B

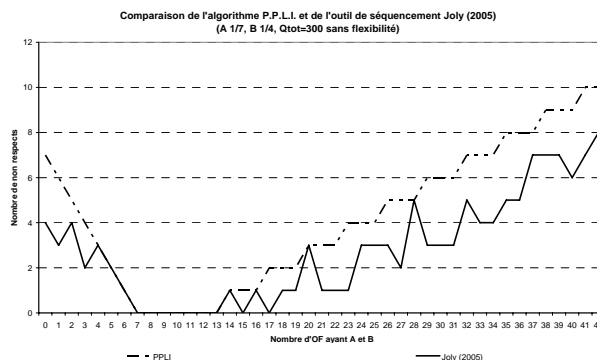


Figure 8. A 1/7, B 1/4, sans flexibilité

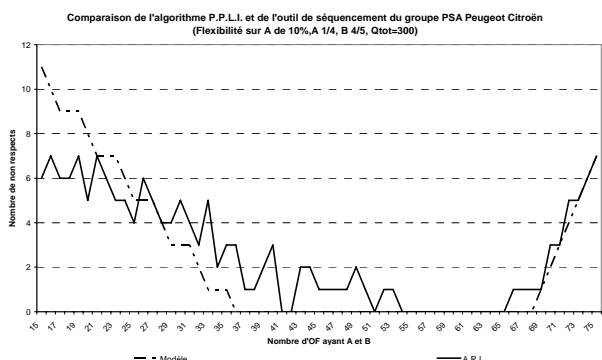


Figure 9. A 1/4, B 4/5, 10% de flexibilité sur A

L’algorithme PPLI évalue le nombre de non respects d’un programme de production, P , entre 0,01 s et 0,2 s. L’outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën évalue le nombre de non respects de ce même programme de production, P , aux alentours de 10 s^3 .

En raison de sa rapidité, la valeur obtenue avec l’algorithme PPLI est utilisée dans l’outil d’aide à l’analyse des interactions de contraintes que nous vous présentons dans la partie suivante.

4. APPLICATION INDUSTRIELLE

Auparavant, la coordination de production analysait a posteriori la qualité de la liste des véhicules à engager au montage. Elle informait ensuite les responsables de l’atelier montage sur les non respects de contraintes d’espace. Pour faire face à ces difficultés, l’atelier montage renforce les postes de travail concernés mais la liste n’est pas remise en cause. L’outil d’aide à l’analyse des interactions de contraintes offre une analyse a priori et permet d’adapter intelligemment les ratios des contraintes d’espace de l’outil de séquençement pour minimiser le nombre de non respects, réduisant ainsi les renforts des postes de travail.

4.1. Données

Les données d’entrée sont l’ensemble des véhicules à séquencer avec leurs options pour une journée de production et l’ensemble des contraintes d’espace avec les ratios négociés.

4.2. Outil d’aide à l’analyse

L’outil d’aide à l’analyse, décrit par le tableau 3, est divisé deux parties : les indicateurs généraux qui aident l’utilisateur à prendre des décisions et la matrice des interactions de contraintes deux à deux pour identifier précisément les contraintes d’espace nécessitant un ajustement de leur ratio.

775	CJ270009	CJ270007	CJ270003	CJ270015	CJ270008	CJ270001	CJ270005	CJ270006	CJ270002	CJ270004	CJ270003
Volume	126	19	19	127	129	10	76	162	168	129	309
Taux	16,3 %	2,5 %	2,5 %	16,6 %	17,6 %	1,3 %	10,0 %	21,0 %	21,6 %	17,5 %	39,9 %
I _r	0,025	0,019	0,019	0,025	0,025	0,019	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
Ratio	1,5	1,0	1,0	1,5	1,5	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
Nb viols (Esp)	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nb viols (Simu)	15	1	0	16	16	0	3	3	1	5	0
Nb viols (Négo)	4	1	4	4	0	0	2	1	1	4	0
CJ270009	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
CJ270007	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270003	1	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0
CJ270015	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270008	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270005	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270006	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270002	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270004	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CJ270003	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 3. Outil d’aide à l’analyse des interactions

Les indicateurs généraux sont :

- Le volume et le taux des options soumises à la contrainte d’espace dans l’ensemble des véhicules à séquencer,
- L’indicateur de difficulté potentielle, $I_r(1)$, calculé avec le ratio choisi par l’utilisateur,
- Le ratio choisi par l’utilisateur, il peut être choisi parmi l’ensemble des ratios compatibles applicables,
- Le nombre de non respects est évalué selon trois méthodes :
 1. Somme de la colonne de la matrice, « *Nb viols (Esp)* »,
 2. Nombre de non respects obtenus suite à la construction d’une séquence avec l’outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën avec les ratios choisis par l’utilisateur, et analysée avec les ratios choisis, « *Nb viols (Simu)* »,
 3. Nombre de non respects de cette même séquence analysée avec les ratios négociés, « *Nb viols (Négo)* ».

La matrice des interactions représente pour chaque couple de contraintes la valeur de l’indicateur évalué avec l’algorithme PPLI. Cette matrice est symétrique ; le risque de non respects des contraintes d’espace A et B est le même pour les contraintes d’espace B et A. De plus, nous n’évaluons pas les couples faisant intervenir les deux mêmes contraintes d’espace (la diagonale de la matrice est vide). Donc, pour N contraintes d’espace, la matrice d’interactions évalue $\frac{N * N - N}{2}$ couples.

Pour considérer que nous n’avons pas de problèmes d’interactions de contraintes d’espace deux à deux, il est nécessaire d’avoir une matrice des interactions nulle.

4.3. Choix des contraintes à ajuster

La matrice des interactions de contrainte nous aide dans le choix des contraintes d’espace qu’il faut adapter. Si deux contraintes ont des problèmes d’interactions, la cellule de la matrice correspondant à leur couple aura une valeur strictement positive.

Afin de supprimer les interactions de ces deux contraintes, il est nécessaire de relâcher une des deux contraintes ou les deux. La contrainte à relâcher en priorité est celle qui sera la moins contraignante pour l’atelier montage.

³ « 10 secondes » est le temps imparti à l’outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën pour construire la liste des véhicules à respecter à l’entrée de l’atelier montage.

Par exemple, soit deux contraintes pour lesquelles il existe une interaction de contraintes, la contrainte d'espacement A avec un ratio 1/6 et la contrainte d'espacement B avec un ratio 1/17, il est préférable de relâcher la contrainte d'espacement B qui, a priori, perturbera moins l'atelier que la contrainte d'espacement A.

Par contre, lorsque les contraintes d'espacement devant être relâchées perturbent l'organisation de l'atelier montage, il est préférable de dialoguer avec les équilibriers pour choisir la solution la plus raisonnable.

4.4. Mode d'emploi

Cet outil, utilisé pour préparer chaque journée de fabrication, aide l'utilisateur à choisir les ratios les plus judicieux. Comme le phénomène des interactions de contraintes est surévalué lors de la négociation, la matrice des interactions est souvent nulle. Aussi, pour évaluer au plus juste ce phénomène, nous proposons le mode d'emploi suivant.

Etape 1 : Les ratios choisis des contraintes d'espacement sont initialisés comme étant les ratios que nous jugeons les plus « stricts ». Si nous avons le choix entre un ratio 4/7 ou un ratio 1/2, nous jugerons le ratio 1/2 plus strict que le ratio 4/7.

La matrice des interactions de contraintes contient probablement des valeurs non nulles que nous allons supprimer dans l'étape suivante.

Etape 2 : Les ratios choisis doivent être adaptés pour éliminer les impacts liés aux interactions de contraintes prises deux à deux. Ces impacts sont réduits dès que la matrice des interactions est nulle.

L'adaptation des ratios des contraintes d'espacement répond aux critères de choix que nous avons présentés dans la partie précédente. La matrice des interactions est nulle mais cela ne signifie pas que nous n'avons plus d'interactions pour l'ensemble des contraintes d'espacement.

Etape 3 : A l'aide de l'outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën, nous procédons à une méthode itérative de type Essai-Erreur jusqu'à obtenir un nombre de non respects négociés nul ou négligeable. A chaque itération, nous sélectionnons la contrainte d'espacement ayant le plus grand nombre de non respects des ratios négociés, puis, nous modifions le ratio choisi.

L'ensemble des ratios des contraintes d'espacement que nous obtenons ainsi, nous permet de paramétrer judicieusement l'outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën.

4.5. Temps de calcul de PPLI

Tous les matins, la coordination de production dispose de peu de temps (quelques minutes au plus) pour analyser la séquence de véhicules à engager, valider le

résultat et pour informer les responsables de l'atelier montage.

Le paramétrage que nous avons obtenu précédemment nécessite peu de temps à l'utilisateur.

Pour 10 contraintes d'espacement, l'initialisation de la matrice des interactions évalue $\frac{10*10-10}{2} = 45$ couples de contraintes d'espacement.

Pour la modification d'un ratio d'une contrainte d'espacement, la matrice des interactions évalue 9 couples.

En sachant que l'opérateur effectue une moyenne de 5 changements par contrainte d'espacement, nous évaluons en moyenne $45 + 10*9*5 = 495$ couples.

Si nous avons utilisé l'outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën, qui nécessite 10 secondes de calcul pour évaluer un couple, nous aurions eu besoin de 4950 s pour évaluer 495 couples, soit 1 h 22 min 30 s.

En utilisant l'algorithme PPLI, nous avons besoin en moyenne de 50 s pour évaluer ces 495 couples. Aussi, l'utilisation de l'algorithme PPLI pour analyser les interactions de contraintes d'espacement assure à l'utilisateur le respect du délai qui lui est attribué tout en améliorant la qualité de la séquence à respecter.

5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cet article a présenté l'algorithme PPLI permettant pour deux contraintes d'espacement définies indépendamment l'une de l'autre d'évaluer rapidement les risques de non respects. Nous avons proposé un outil d'aide à l'analyse des interactions de contraintes et un mode d'emploi permettant d'adapter les ratios des contraintes d'espacement au plus juste en minimisant les interactions de contraintes.

Comme l'algorithme PPLI ne propose pas les valeurs optimales, nous nous proposons d'étudier ultérieurement un algorithme plus précis. En effet, nous avons constaté, dans quelques cas, que ce manque de précision entraîne éventuellement de mauvaises décisions sur les ratios des contraintes d'espacement à modifier.

Pour affiner l'analyse de ce phénomène, nous pourrions étudier la possibilité d'étendre cet algorithme à 3 contraintes d'espacement ou plus. Mais, nous avons décidé de ne pas explorer cette voie car cela n'est pas « rentable » vu l'efficacité de l'outil de séquençement du groupe PSA Peugeot Citroën et l'explosion combinatoire que cela occasionne.

REFERENCES

Baratou P., 1998, *Gestion réactive des stocks intermédiaires d'un flux de production automobile*, Thèse de doctorat de l'Université des Sciences, Lille, France

Bernier V., 2000, *Sur une nouvelle politique de gestion de flux : la cadencement reséquenceable*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France

Boutevin C., 2003, *Problèmes d'ordonnancement et d'affectation avec contraintes de ressources de type RCPSP et line balancing*, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France

Comby G., 1996, *Aide au séquençement des produits sur lignes de fabrication multi modèles*, Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, France

Danjou F., Giard V. et Leroy E. 1999, *Analyse de la robustesse des ordonnancements / réordonnements sur ligne de production et d'assemblage dans l'industrie automobile*, Renault, IAE Paris, France

Joly A., 2005, *Etude de modes de fonctionnement réactifs et robustes aux aléas sur le flux de production d'une usine terminale automobile*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France

Lesert A., Alpan G., Frein Y., Noire S. et Vienot F-R, 2005, *Influence des interactions de contraintes sur l'ordonnancement d'une ligne de montage – Le cas de deux contraintes*, Congrès Génie Industriel (G.I. 2005), Besançon, France

ANNEXES

Dans la partie 3.2.3, nous avons indiqué que la construction d'une séquence évaluant le risque de non respects dépend du nombre de véhicules ayant les options A et B. Les annexes ci-dessous décrivent en détail les algorithmes utilisés pour chacun des sous-problèmes.

Soit $F_j(l) = q_{liste_j}(l) - q'_j$ pour $j \in \{A, B\}$, la flexibilité disponible pour la contrainte d'espace j , dans la liste, l .

ANNEXE A : Premier sous problème $q'_{AB} < Q^-$

Le sous ensemble des listes idéales L' correspond à l'ensemble des listes idéales avec le moins de véhicules ayant les deux options simultanément parce que l'écart du nombre de véhicules ayant les deux options est minimal :

$$L' = \left\{ l \in L \mid q_{liste_{AB}}(l) = Q^- \right\} \quad (9.a)$$

Par convention, nous considérons que l'option A est l'option la moins représentée ($q'_A < q'_B$) dans le programme de production, P' .

Ce sous problème se découpe en 4 phases successives.

Phase 1 : Nous profitons de la flexibilité simultanément possible sur les deux options (tant que $F_A(l') > 0$ et $F_B(l') > 0$) pour ajouter de la flexibilité. L'idée est de

supprimer les options du véhicule ayant les options A et B simultanément et de déplacer en fin de liste les véhicules sans options consécutifs tel que leur déplacement ne génère pas de non respects, ni sur A, ni sur B (figure 10). Dans le cas où cela n'apporte plus rien, il est préférable d'arrêter cette recherche et de passer à la deuxième étape.

Début :

A	X	.	.	X	.	.	X	.	.	X	...
B	...	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	...

Suppression des deux options :

A	X	X	.	.	X	...
B	...	X	.	X	.	.	.	X	.	X	.	X	...

Déplacement en fin de liste :

A	X	.	.	.	X	.	.	X
B	...	X	.	X	.	X	.	X	.	X

Figure 10. Résultat de l'étape 1

Phase 2 : Nous exploitons les véhicules sans options présents en début (resp. en fin) de liste pour ajouter de la flexibilité. L'idée est de déplacer le premier (resp. le dernier) véhicule de la liste après le véhicule ayant deux options simultanément, puis de déplacer l'option A du véhicule ayant les deux options sur le véhicule déplacé (figure 11).

Début :

A	.	.	X	.	.	X	.	.	X	.	.	X
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X

Déplacement du dernier véhicule après le véhicule ayant les deux options :

A	.	.	X	.	.	X	.	.	X	.	.	X
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X

Déplacement de l'option A sur le véhicule suivant :

A	.	.	X	.	.	.	X	.	.	X	.	.	X	...
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X

Figure 11. Résultat l'étape 2

Phase 3 : Nous exploitons la flexibilité encore disponible (tant que $F_A(l') > 0$ ou $F_B(l') > 0$) pour supprimer une des deux options des véhicules ayant les deux options simultanément (figure 12).

Début :

A	.	.	X	.	.	X	.	.	X	.	.	X	...
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	...

Suppression d'une option A sur un véhicule ayant les deux options :

A	.	.	X	X	.	.	X	...
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	...

Figure 12. Résultat de l'étape 3

Pour les phases 2 et 3, nous préconisons de choisir en priorité les véhicules ayant les deux options simultanément tel que leur distance la plus proche avec un véhicule sans option soit la plus grande.

A la fin de la phase 3, nous avons réduit dans la liste le nombre de véhicules ayant les deux options simultanément sans générer de non respects.

Phase 4 : Nous appliquons deux stratégies et nous choisissons celle qui minimise le nombre de non respects :

- La première consiste à déplacer $q_{liste_{AB}}(l') - q'_{AB}$ options A de véhicules ayant les deux options simultanément vers les véhicules sans option les plus proches (figure 13).

Début :

A	X	.	.	X	.	.	X	.	.	X	...
B	...	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	...

Après :

A	.	.	X	.	X	.	.	X	.	X
B	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X	...

Figure 13. Résultat de la première stratégie de l'étape 4

- La deuxième consiste à itérer $q_{liste_{AB}}(l') - q'_{AB}$ fois, le déplacement d'une option A d'un véhicule ayant les deux options sur un véhicule sans option tel que le déplacement minimise le nombre de non respects de la contrainte d'espacement avec le ratio N_A/P_A .

ANNEXE B :Deuxième sous problème $Q^- \leq q'_{AB} \leq Q^+$

Comme nous l'avons précisé en hypothèse, nous supposons qu'il existe une séquence respectant les deux contraintes d'espacement. Nous choisissons, l' , une liste idéale parmi l'ensemble des listes idéales, L' .

ANNEXE C :Troisième sous problème $q'_{AB} > Q^+$

Le sous-ensemble des listes idéales L' correspond à l'ensemble des listes idéales avec le plus de véhicules ayant les deux options simultanément parce que l'écart du nombre de véhicules ayant les deux options est minimal :

$$L' = \left\{ l \in L \mid q_{liste_{AB}}(l) = Q^+ \right\} \quad (9.b)$$

Soit N'_A/P'_A et N'_B/P'_B , les ratios utilisés pour construire la liste idéale, l , que nous allons modifier.

Par convention, nous considérons que l'option A a le ratio utilisé pour construire la liste idéale, l , le plus petit $\left(\frac{N'_A}{P'_A} < \frac{N'_B}{P'_B}\right)$.

Ce sous problème se découpe en 3 phases successives.

Phase 1 : Nous utilisons la flexibilité disponible sur B. Pour cela, nous choisissons un motif, m'_B , pour le ratio N'_A/P'_A , tel qu'il respecte aussi le ratio N'_B/P'_B . Ce motif contient moins d'options B que ne le permet le ratio N'_B/P'_B . Ce motif est répété simultanément pour les options A et pour les options B. Chaque répétition de ce motif peut nous obliger à puiser dans la flexibilité disponible pour B. Aussi, ce motif doit-il être répété dans la limite de la possibilité de la flexibilité de B.

Nous allons illustrer cette étape à l'aide de l'exemple ci-dessous :

Soit une liste idéale avec A en 1/2 et B en 2/3 :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	X	.	X	X	.	X	X	.	X	X

Avec $F_B(l') = 1$, i.e. nous avons une flexibilité de 1 pour B

Soit le motif (X.) correspondant au ratio 1/2 que nous allons reproduire pour l'option B. Ce motif respecte le ratio 2/3.

Début :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	X	.	X	X	.	X	X	.	X	X

Première itération :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	.	.	X	X	.	X	X	.	X	X

Pour appliquer une première fois le motif, nous devons supprimer une option B d'un véhicule ayant l'option B seule. Cette option est supprimée car nous avons une flexibilité disponible de 1. Après cette itération, nous n'avons plus de flexibilité disponible.

Deuxième itération :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	.	X	.	X	.	X	X	.	X	X

Deuxième itération (suite) :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	.	X	.	X	.	X	X	.	X	X

Pour cette itération, nous n'avons pas besoin de puiser dans la flexibilité. Nous pouvons déplacer l'option B du véhicule ayant l'option B seule sur le véhicule ayant l'option A seule.

Troisième itération :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	.	X	.	X	.	X	X	.	X	X

Quatrième itération :

A	X	.	X	.	X	.	X	.	X	.	X
B	X	.	X	.	X	.	X	X	.	X	X

Nous interrompons cette étape car nous n'avons plus de flexibilité disponible sur B.

Phase 2 : Nous supprimons les $F_A(l')$ premiers véhicules ayant l'option A seule (figure 14).

Suppression de 2 options A de véhicules ayant l'option A seule :

A	X	.	X	.	.	X
B	X	.	X	.	.	X	.	.	X	X

Figure 14. Résultat de l'étape 2 (A en 2/5 et B en 2/4)

Phase 3 : Nous déplaçons les options A des premiers véhicules ayant l'option A seule sur un véhicule ayant l'option B seule tel que le nombre de non respects généré est minimum.